

## باسمه تعالی

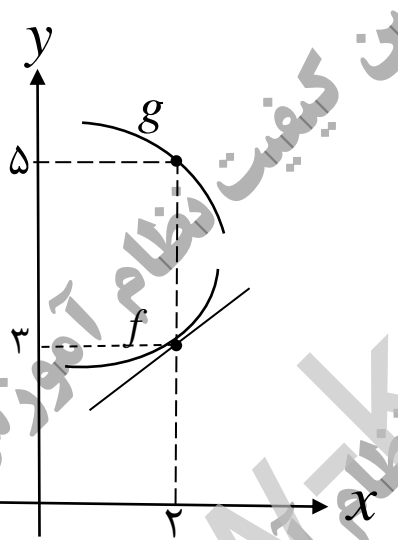
سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	تعداد صفحه: ۳	رشته: علوم تجربی	نام و نام خانوادگی:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	[استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد]	نمره
------	-------------------------	---	------

۰/۷۵	۱	درستی یا نادرستی عبارتهای زیر را مشخص کنید. الف) بی شمار تابع وجود دارد که هم صعودی و هم نزولی است. ب) نقطه (۱, ۱) یک نقطه گوشه‌ای برای تابع $f(x) =  2 - x^2 $ است. پ) هر نقطه اکسترمم نسبی تابع، یک نقطه بحرانی آن تابع است.	
۰/۷۵	۲	در جاهای خالی عبارت مناسب قرار دهید. الف) اگر $f(x) = 3 + \sqrt{2x-1}$ باشد، مقدار $(f \circ f^{-1})(5)$ برابر با ..... است. ب) اگر $A$ مجموعه اعداد طبیعی اول و $B$ مجموعه اعداد طبیعی مرکب و $C = \dots\dots\dots$ باشند، آنگاه $A$ ، $B$ و $C$ یک افزاز روی مجموعه اعداد طبیعی است. پ) نقطه $(-2, 4)$ روی نمودار تابع $y = f(x)$ می‌باشد. نقطه متناظر آن روی نمودار تابع $y = f(2x)$ برابر ..... است.	
۱/۲۵	۳	الف) اگر $f(x) = \sqrt{x+1}$ و $g(x) = x-1$ ، آنگاه: دامنه تابع $f \circ g$ را با استفاده از تعریف به دست آورید. ب) ضابطه تابع $f \circ g$ را بنویسید.	
۱/۲۵	۴	نمودار زیر قسمتی از نمودار تابع $y = a \sin bx + 1$ است. حاصل $ab$ را بیابید.	
۰/۷۵	۵	جواب(های) معادله مثلثاتی $\cos 2x - \cos x = 0$ را در بازه $(0, \pi)$ مشخص کنید.	
۰/۵	۶	آیا مقدار $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{1}{[x]-1}$ وجود دارد؟ چرا؟	
«ادامه سؤالات در صفحه دوم»			

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	تعداد صفحه: ۳	رشته: علوم تجربی	نام و نام خانوادگی:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	[استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد]	نمره
------	-------------------------	---	------

۷	حدهای زیر را در صورت وجود محاسبه کنید.	۱/۵
	الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt[3]{x}-1}$	
	ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{ \sin x }$	
	پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^3 - x}$	
۸	با توجه به نمودارهای توابع $f$ و $g$ حاصل $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x-2}$ چند برابر $f'(2)$ است؟	۱
		
۹	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست)	۲/۲۵
	الف) $f(x) = (\sqrt{2x+2})(x^3 + 4)$	
	ب) $g(x) = \frac{-7x^2 + 1}{x-6}$	
	پ) $h(x) = (2x^5 - 1)^4$	
۱۰	آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع $f(x) = 2x^2 + 5x + 1$ در نقطه‌ای به طول $x = 2$ چند برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه $[-2, 0]$ است؟	۱/۵

«ادامه سوالات در صفحه سوم»

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی ۳	تعداد صفحه: ۳	رشته: علوم تجربی	نام و نام خانوادگی:
پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	ساعت شروع: ۸ صبح	تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷	مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲		مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	[استفاده از ماشین حساب ساده مجاز می باشد]	نمره
------	-------------------------	---	------

۱۱	بزرگترین بازه از $\mathbb{R}$ که تابع $f(x) = -2x^3 + 6x + 11$ در آن صعودی اکید باشد را با استفاده از جدول تغییرات بیابید.	۱/۵
۱۲	پنجره‌ای به شکل یک مستطیل و نیم‌دایره‌ای بر روی آن داریم به طوری که قطر نیم‌دایره برابر با پهناى مستطیل است. اگر محیط این پنجره ۶ متر باشد، ابعاد آن را طوری بیابید که بیشترین نوردهی را داشته باشد.	۱/۷۵
۱۳	در بیضی مقابل کانون‌ها به مختصات $F(1,5)$ و $F'(1,1)$ و یک رأس قطر بزرگ آن $A(1,6)$ می‌باشد. الف) فاصله کانونی و مختصات مرکز بیضی را بنویسید. ب) معادله قطر کوچک بیضی را بنویسید. پ) مساحت مثلث $B'FF'$ را بدست آورید.	۱/۷۵
۱۴	اگر دو دایره به معادله‌های $x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0$ و $(x-2)^2 + (y+1)^2 = m^2$ مماس خارج باشند، مقدار $m$ را بیابید.	۱/۷۵
۱۵	مدرسه A سه برابر مدرسه B دانش آموز دارد. ۳۵ درصد دانش آموزان مدرسه A و ۱۵ درصد دانش آموزان مدرسه B معدلی بالای ۱۸ دارند، اگر همه دانش آموزان هر دو مدرسه در یک محوطه حاضر باشند و به تصادف یکی از آنها را انتخاب کنیم: الف) با چه احتمالی فرد انتخابی از مدرسه A و با چه احتمالی از مدرسه B است؟ ب) با چه احتمالی فرد انتخابی، معدلی بالای ۱۸ دارد؟	۱/۷۵
۲۰	جمع نمره	"موفق باشید"

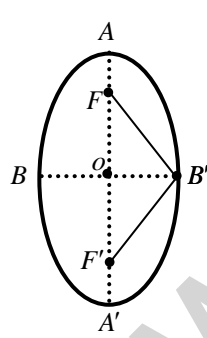
مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۰/۷۵	پ) درست (۰/۲۵)      ب) نادرست (۰/۲۵)      الف) درست (۰/۲۵)	۱
۰/۷۵	پ) $(-1, 4)$ (۰/۲۵)      ب) $\{1\}$ (۰/۲۵)	۲
۱/۲۵	الف) $D_{f \circ g} = \underbrace{\{x \in \mathbb{R}   x - 1 \geq -1\}}_{\cdot/5} = [0, +\infty)$ (۰/۲۵) ب) $f(g(x)) = \underbrace{\sqrt{x-1+1}}_{\cdot/25} = \sqrt{x}$ (۰/۲۵)	۳
۱/۲۵	$\frac{2\pi}{ b } = 4\pi \Rightarrow b = \pm \frac{1}{2}$ (۰/۲۵) $ a  = \frac{3 - (-1)}{2} = 2 \Rightarrow a = \pm 2$ (۰/۲۵) با توجه به نمودار تابع، $ab$ باید عددی منفی شود بنابراین $ab = -1$ (۰/۲۵)	۴
۰/۷۵	$\cos 2x = \cos x \Rightarrow \underbrace{2x = 2k\pi \pm x}_{\cdot/25} \Rightarrow x = \underbrace{\frac{2k\pi}{3}}_{\cdot/25} \Rightarrow x = \underbrace{\frac{2\pi}{3}}_{\cdot/25}$	۵
۰/۵	خیر (۰/۲۵) زیرا تابع $f(x) = \frac{1}{[x]-1}$ در همسایگی راست $x=1$ تعریف نشده است. (۰/۲۵)	۶
۱/۵	الف) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} = \frac{x-1}{\sqrt{x}-1} \times \frac{\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1}{\sqrt{x^2} + \sqrt{x} + 1} = 3$ (۰/۲۵) ب) $\lim_{x \rightarrow 0^-} \frac{x-2}{ \sin x } = \frac{-2}{0^+} = -\infty$ (۰/۲۵) پ) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{3x^2 + 4x^5}{x^3 - x} = \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{4x^5}{x^3} = +\infty$ (۰/۲۵)	۷

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف												
۱	$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - 3g(x)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x)g(x) - f(2)g(x)}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \frac{f(x) - f(2)}{x-2}$ $= \lim_{x \rightarrow 2} g(x) \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x-2} = 5f'(2) \quad (0/25)$	۸												
۲/۲۵	<p>الف) <math>f'(x) = \frac{3}{2\sqrt{3x+2}}(x^2+4) + 3x^2(\sqrt{3x+2}) \quad (0/25)</math></p> <p>ب) <math>g'(x) = \frac{(-14x)(x-6) - (1)(-7x^2+1)}{(x-6)^2} \quad (0/25)</math></p> <p>پ) <math>h'(x) = 4(2x^5-1)^2(10x^4) \quad (0/25)</math></p>	۹												
۱/۵	<p><math>f'(x) = 4x + 5 \Rightarrow f'(2) = 13 \quad (0/25)</math></p> <p><math>\frac{f(0) - f(-2)}{0 - (-2)} = \frac{1 - (-1)}{2} = 1 \quad (0/25)</math></p> <p>پس آهنگ تغییر لحظه‌ای تابع در نقطه <math>x = 2</math>، برابر آهنگ تغییر متوسط آن در بازه <math>[-2, 0]</math> است. (۰/۲۵)</p>	۱۰												
۱/۵	<p><math>f'(x) = -6x^2 + 6 = 0 \Rightarrow x = \pm 1 \quad (0/5)</math></p> <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>x</math></td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;"></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>f'</math></td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">-</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">+</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;"><math>f</math></td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">↘</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">↗</td> <td style="text-align: center; padding: 5px;">↘</td> </tr> </table> <p style="text-align: right;">(۰/۵)</p> <p>پس تابع در بازه <math>[-1, 1]</math> صعودی اکید است. (۰/۲۵)</p>	$x$	-1	1		$f'$	-	+	-	$f$	↘	↗	↘	۱۱
$x$	-1	1												
$f'$	-	+	-											
$f$	↘	↗	↘											

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش http://aee.medu.gov.ir		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف									
۱/۷۵	$\underbrace{2h + 2r + \pi r}_{\cdot/25} = 6 \Rightarrow h = \frac{6 - 2r - \pi r}{2} \quad (\cdot/25)$ $S(r) = 6r - 2r^2 - \frac{1}{2}\pi r^2 \Rightarrow S'(r) = 6 - 4r - \pi r \quad (\cdot/25)$ $6 - 4r - \pi r = 0 \Rightarrow r = \frac{6}{4 + \pi} \quad (\cdot/25)$ <div style="text-align: center;"> <table style="margin: auto;"> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">r</td> <td style="padding: 5px;"><math>\frac{6}{4 + \pi}</math></td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">S'</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">+</td> </tr> <tr> <td style="border-right: 1px solid black; padding: 5px;">S</td> <td style="padding: 5px;">↙ ↘</td> <td></td> </tr> </table> <p>(۰/۵)</p> </div> $h = \frac{6 - (2 + \pi) \frac{6}{4 + \pi}}{2} = \frac{6}{4 + \pi} \quad (\cdot/25)$	r	$\frac{6}{4 + \pi}$		S'	-	+	S	↙ ↘		۱۲
r	$\frac{6}{4 + \pi}$										
S'	-	+									
S	↙ ↘										
۱/۷۵	<div style="display: flex; align-items: center;">  <div> <math>FF' = 4 \quad (\cdot/25), O(1, 3) \quad (\cdot/25)</math> الف  <math>y = 3 \quad (\cdot/25)</math> ب  پ  <math>OB' = \sqrt{OA^2 - OF^2} = \sqrt{5} \quad (\cdot/25)</math> </div> </div> $S = \frac{1}{2} OB' \times FF' = 2\sqrt{5} \quad (\cdot/25)$	۱۳									
۱/۷۵	$x^2 + y^2 + 2x - 4y + 1 = 0 : \underbrace{O(-1, 2), r = 2}_{\cdot/25} \quad (\cdot/25)$ $(x - 2)^2 + (y + 1)^2 = m^2 : \underbrace{O'(2, -1), r' = m}_{\cdot/25} \quad (\cdot/25)$ $OO' = 3\sqrt{2} \quad (\cdot/25)$ $\underbrace{OO' = r + r'}_{\cdot/25} \Rightarrow m + 2 = 3\sqrt{2} \Rightarrow m = 3\sqrt{2} - 2 \quad (\cdot/25)$	۱۴									

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	ساعت شروع: ۸ صبح	رشته: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی ۳
تاریخ امتحان: ۱۴۰۲/۰۳/۰۷		پایه دوازدهم دوره دوم متوسطه	
مرکز ارزشیابی و تضمین کیفیت نظام آموزش و پرورش <a href="http://aee.medu.gov.ir">http://aee.medu.gov.ir</a>		دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزادسراسر کشور در نوبت خرداد ماه سال ۱۴۰۲	

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱/۷۵	$P(A) = \frac{1}{4} (۰ / ۲۵), \quad P(B) = \frac{3}{4} (۰ / ۲۵)$ <p>(الف)</p> <p>(ب)</p> $P(C) = P(A)P(C A) + P(B)P(C A)$ $= \frac{1}{4} \times \frac{۳۵}{۱۰۰} + \frac{3}{4} \times \frac{۱۵}{۱۰۰} = \frac{1}{5} \quad (۱ / ۲۵)$ <p>به روش حل نمودار درختی نمره تعلق گیرد.</p>	۱۵
۲۰	جمع نمره	